

Методы научных исследований

11 Лекция. Основы теории случайных ошибок и методов оценки случайных погрешностей в измерениях

Исполнитель: Байболов Асан Ерболатович

Электронный адрес: asan.baibolov@kaznaru.edu.kz

ПЛАН ЛЕКЦИИ

- 1) Теория случайных ошибок
- 2) Интервальная оценка с помощью доверительной вероятности;
- 3) Определение минимального количества измерений

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. Множественная регрессия. Applied Regression Analysis. - 3-е изд. - М.: «Диалектика», 2007. - 912 с.
2. Радченко С. Г. Методология регрессионного анализа. — К.: «Корнийчук», 2011.
3. Сборник задач по математике: Учеб. пособие для втузов : В 4 ч. Ч. 4: Теория вероятностей. Математическая статистика / Под общ. ред. А. В. Ефимова, А. С. Поспелова. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит, 2004. - 432 с.

Теория случайных ошибок



Основу теории случайных ошибок составляют предположения о том, что при большом числе измерений:

1. случайные погрешности одинаковой величины, но разного знака встречаются одинаково часто;
2. большие погрешности встречаются реже, чем малые (вероятность появления погрешности уменьшается с ростом ее величины);
3. при бесконечно большом числе измерений истинное значение измеряемой величины равно среднеарифметическому значению всех результатов измерений,
4. появление того или иного результата измерения как случайного события описывается нормальным законом распределения.

Теория случайных ошибок



В теории ошибок различают генеральную и выборочную совокупность измерений.

Под генеральной совокупностью подразумевают все множество возможных значений измерений X_i или возможных значений погрешностей ΔX_i . Для выборочной совокупности число измерений n ограничено, и в каждом конкретном случае строго определяется.

Теория случайных ошибок позволяет решать следующие задачи:

1. оценить точность и надежность измерения при данном количестве замеров;
2. определить минимальное количество замеров, гарантирующее требуемую (заданную) точность и надежность измерений
3. выявить и исключить грубые ошибки, допущенные при проведении эксперимента;
4. определить достоверность полученных данных.

Интервальная оценка с помощью доверительной вероятности

Для большой выборки и нормального закона распределения оценочными характеристиками выполненных измерений являются среднее арифметическое выборки, стандартное отклонение и средняя ошибка выборки:

$$\sigma_0 = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

где

s – Среднеквадратичное отклонение (стандартное отклонение) выборки;

n – Количество выполненных замеров.

Ошибка выборки для выборочной относительной величины (доли) определяется по выражению:

$$\sigma_0 = \sqrt{p(1-p)/n}$$

Доверительной вероятностью (достоверностью) измерения называется вероятность того, что истинное значение измеряемой величины попадает в интервал, называемый доверительным интервалом.

Доверительный интервал определяет точность измерения и называется предельной ошибкой выборки. **Предельная ошибка выборки** определяется по формуле:

$$\Delta = \pm \sigma_0 \cdot t,$$

где

t - гарантийный коэффициент или нормированное отклонение.

Значения t и соответствующие им доверительные вероятности P_d приведены в справочной литературе.

Определение минимального количества измерений

Одной из первоочередных задач при статических методах оценки является установление минимального, но достаточного числа измерений для данных условий. Задача сводится к установлению минимального объема выборки, при заданных значениях предельной ошибки выборки и заданной доверительной вероятности.

Предельная ошибка выборки равна
$$\Delta = \pm \sigma_0 \cdot t = \frac{s \cdot t}{\sqrt{n}}$$

Из данного выражения можно найти минимальный объем выборки, который при заданной доверительной вероятности, определяемой гарантийным коэффициентом t , обеспечит требуемую точность результатов выборки Δ .

$$n_{\min} = \frac{t^2 \cdot s^2}{\Delta^2}$$

В исследованиях часто используется и такая форма записи

$$n_{\min} = \frac{t^2 \cdot K_v^2}{\Delta^2}$$

где $K_v = \frac{s \cdot 100}{\bar{x}}$ - коэффициент вариации, в %;

Δ - точность измерений, в %.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Генеральная и выборочная совокупность измерений;
2. Доверительная вероятность;
3. Доверительный интервал;
4. Предельная ошибка выборки.

Спасибо за внимание !